

共通の仮定及び作業

市場に存在する企業の費用関数は2種類のみ。

「効率的な企業」は総費用 $C_i = cq_i$ で限界費用一定であるが、

「非効率的な企業」は総費用 $C_j = cq_j + \frac{d}{2}q_j^2$ (限界費用は線形の増加関数) である。

このとき、 $c > 0$ $d > 0$ である。需要関数は $P = a - Q$ である。

クールノー競争をするプレイヤーが市場に3~5社存在する場合について、合併相手を外生的に決め、合併によって利潤が増加することの条件を d について求める。つまり、合併当事会社の合併前の利潤の合計を、合併会社の合併後の利潤が上回る条件 (d に関する不等式) を解く。

3社市場での合併

(A1) 非対称企業間の合併1 : 最も効率的な当事会社と同等規模のアウトサイダーが残る場合

$C_1 = cq_1$ $C_2 = cq_2$ $C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2$ で企業1と企業3が合併

$$\textcircled{1} \text{ 合併前 } q_1 = q_2 = \frac{(1+d)(a-c)}{4+3d} \quad q_3 = \frac{a-c}{4+3d}$$

$$\text{合併前の合併当事会社の利潤 } \pi_1^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+3d)^2} \quad \pi_3^0 = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(4+3d)^2}$$

$$\textcircled{2} \text{ 合併後 } q_m = q_2 = \frac{a-c}{3} \quad \pi_m = \frac{(a-c)^2}{9}$$

③ 合併により、利潤が増加する場合

$$\begin{aligned} \pi_m &\geq \pi_1^0 + \pi_3^0 \\ \Leftrightarrow \frac{(a-c)^2}{9} - \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+3d)^2} - \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(4+3d)^2} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(4+3d)^2 - 18(1+d)^2 - 9(2+d)}{18(4+3d)^2}$$

$$\Leftrightarrow 3d - 4 \geq 0 \quad \Leftrightarrow d \geq \frac{4}{3} \quad \frac{4}{3} \doteq 1.333$$

④シェアの具体例

	合併前	単純合計シェア	$\Delta\pi_m$
d=8	*47 47 *5	*52 47	+
d=2	*42* 42 *14	*56 42	+
d=1	*40 40 *20	*60 40	-
d=0.5	*37 37 *25	*62 37	-

(A2) 非対称企業間の合併 2: 最も効率的な当事会社と同等規模のアウトサイダーがない場合

$$C_1 = cq_1 \quad C_2 = cq_2 + \frac{d}{2}q_2^2 \quad C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2 \quad \text{で企業1と企業2が合併}$$

$$\text{①合併前} \quad q_1 = \frac{(1+d)(a-c)}{4+2d} \quad q_2 = q_3 = \frac{a-c}{4+2d}$$

$$\pi_1^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+2d)^2} \quad \pi_2^0 = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(4+2d)^2}$$

$$\text{②合併後} \quad q_m = \frac{(1+d)(a-c)}{3+2d} \quad \pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(3+2d)^2}$$

③合併により、利潤が増加する場合

$$\pi_m \geq \pi_1^0 + \pi_2^0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(3+2d)^2} - \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+2d)^2} - \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(4+2d)^2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4d^3 + 10d^2 + 3d - 4 \geq 0$$

$$d > 0 \text{ より、} d \geq 0.467$$

④シェアの具体例

	合併前	単純合計シェア	$\Delta\pi_m$
d=2	*60 *20 20	*80 20	+
d=1	*50 *25 25	*75 25	+
d=1/3	*39 *30 30	*69 30	-

(A3) 対称企業間の合併 1 : 効率的な企業同士の合併

$$C_1 = cq_1 \quad C_2 = cq_2 \quad C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2 \quad \text{で企業 1 と企業 2 が合併}$$

①合併前 (A1) を参照。

$$\text{②合併後} \quad q_m = \frac{(1+d)(a-c)}{3+2d} \quad \pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(3+2d)^2}$$

③合併により、利潤が増加する場合

$$\begin{aligned} \pi_m &\geq \pi_1^0 + \pi_2^0 \\ \Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(3+2d)^2} - \frac{2(1+d)^2(a-c)^2}{(4+3d)^2} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(d^2-2)(1+d)^2(a-c)^2}{(3+2d)^2(4+3d)^2} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow d^2-2 &\geq 0 \\ d &\geq \sqrt{2} \quad (d > 0 \text{ より}) \quad \sqrt{2} \doteq 1.4142 \end{aligned}$$

④シェアの具体例

	合併前	単純合計シェア	$\Delta\pi_m$
d=2	*42 *42 14	*84 14	+
d=1	*40 *40 20	*80 20	-
d=0.5	*37 *37 25	*74 25	-

(A4) 対称企業間の合併 2 : 非効率的な企業同士の合併

$$C_1 = cq_1 \quad C_2 = cq_2 + \frac{d}{2}q_2^2 \quad C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2 \quad \text{で企業 2 と企業 3 が合}$$

①合併前 (A2) の π_2^0 を参照。

$$\text{②合併後} \quad q_m = \frac{a-c}{3+2d} \quad \pi_m = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(3+2d)^2} \quad \text{なお } q_1 = \frac{(1+d)(a-c)}{3+2d}$$

③合併により、利潤が増加する場合

$$\begin{aligned} \pi_m &\geq \pi_2^0 + \pi_3^0 \\ \Leftrightarrow \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(3+2d)^2} - \frac{(2+d)(a-c)^2}{(4+2d)^2} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{-2(d+2)(2d^2+4d+1)}{2(3+2d)^2(4+2d)^2} &\geq 0 \end{aligned}$$

これは $d > 0$ に矛盾するので、常に利潤が減る。

4 社市場での合併

(B1) 非対称企業間の合併 1 : 最も効率的な当事会社と同等規模のアウトサイダーが残る場合

$$C_1 = cq_1 \quad C_2 = cq_2 \quad C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2 \quad C_4 = cq_4 + \frac{d}{2}q_4^2 \quad \text{で企業 1 と企業 3 が合併}$$

$$\textcircled{1} \text{ 合併前} \quad q_1 = q_2 = \frac{(1+d)(a-c)}{5+3d} \quad q_3 = q_4 = \frac{a-c}{5+3d}$$

$$\pi_1^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+3d)^2} \quad \pi_3^0 = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(5+3d)^2}$$

$$\textcircled{2} \text{ 合併後} \quad (\text{A1}) \text{ の合併前利潤 } \pi_1^0 \text{ と同じなので、} \pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+3d)^2}$$

③ 合併により、利潤が増加する場合

$$\pi_m \geq \pi_1^0 + \pi_3^0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+3d)^2} - \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+3d)^2} - \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(5+3d)^2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3d^3 - 16d - 14 \geq 0$$

$$d > 0 \text{ より、} d \geq 2.66$$

④ シェアの具体例

	合併前				単純合計シェア			$\Delta\pi_m$
d=8	*45	45	*5	5	*50	45	5	+
d=3	*40*	40	*10	10	*50	40	10	+
d=2.5	*39	39	*11	11	*50	39	11	-
d=1	*33	33	*16	16	*49	33	16	-

(B2) 非対称企業間の合併 2 : 最も効率的な当事会社と同等規模のアウトサイダーがない場合

$$C_1 = cq_1 \quad C_2 = cq_2 + \frac{d}{2}q_2^2 \quad C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2 \quad C_4 = cq_4 + \frac{d}{2}q_4^2 \quad \text{で企業 1 と企業 2 が合併}$$

$$\textcircled{1} \text{ 合併前} \quad q_1 = \frac{(1+d)(a-c)}{5+2d} \quad q_2 = q_3 = q_4 = \frac{a-c}{5+2d}$$

$$\pi_1^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+2d)^2} \quad \pi_2^0 = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(5+2d)^2}$$

$$\textcircled{2} \text{ 合併後} \quad (\text{A2}) \text{ の合併前利潤 } \pi_1^0 \text{ と同じなので、 } \pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+2d)^2}$$

③ 合併により、利潤が増加する場合

$$\pi_m \geq \pi_1^0 + \pi_2^0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+2d)^2} - \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+2d)^2} - \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(5+2d)^2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4d^3 + 10d^2 - 4d - 14 \geq 0$$

$d > 0$ より、 $d \geq 1.129$

④ シェアの具体例

	合併前				単純合計シェア			$\Delta\pi_m$
d=2	*50	*16	16	16	*66	16	16	+
d=1	*40	*20	20	20	*60	20	20	-
d=0.5	*33	*22	22	22	*55	22	22	-

(B3) 対称企業間の合併 1 : 効率的な企業同士の合併

$$C_1 = cq_1 \quad C_2 = cq_2 \quad C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2 \quad C_4 = cq_4 + \frac{d}{2}q_4^2 \quad \text{で企業 1 と企業 2 が合併}$$

$$\textcircled{1} \text{ 合併前} \quad q_1 = q_2 = \frac{(1+d)(a-c)}{5+3d} \quad q_3 = q_4 = \frac{a-c}{5+3d} \quad \pi_1^0 = \pi_2^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+3d)^2}$$

$$\textcircled{2} \text{ 合併後} \quad (\text{A2}) \text{ の合併前利潤 } \pi_1^0 \text{ と同じなので、 } \pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+2d)^2}$$

③ 合併により、利潤が増加する場合

$$\pi_m \geq \pi_1^0 + \pi_2^0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(4+2d)^2} - \frac{2(1+d)^2(a-c)^2}{(5+3d)^2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2(d^2 - 2d - 7)}{(4+2d)^2(5+3d)^2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow d^2 - 2d - 7 \geq 0$$

$d > 0$ より、 $d \geq 3.82$

④シェアの具体例

	合併前				単純合計シェア			$\Delta\pi_m$
d=4	*41	*41	8	8	*82	8	8	+
d=3	*40	*40	10	10	*80	10	10	-
d=1	*33	*33	16	16	*66	16	16	-

(B4) 対称企業間の合併 2: 非効率な企業同士の合併

$C_1 = cq_1$ $C_2 = cq_2 + \frac{d}{2}q_2^2$ $C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2$ $C_4 = cq_4 + \frac{d}{2}q_4^2$ で企業 3 と企業 4 が合併

①合併前 $q_3 = q_4 = \frac{a-c}{5+2d}$ $\pi_3^0 = \pi_4^0 = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(5+2d)^2}$ なお、 $\pi_1^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+2d)^2}$

②合併後 (A2) の合併前利潤 π_2^0 と同じなので、 $\pi_m = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(4+2d)^2}$

…中略…

$\pi_m \geq \pi_3^0 + \pi_4^0 \Leftrightarrow -4d^2 - 12d - 7 \geq 0$

となり、これは $d > 0$ に矛盾するので、常に利潤が減る。

5 社市場での合併

(C1) 非対称企業間の合併 1: 最も効率的な当事会社と同等規模のアウトサイダーが 1 社残る

$C_1 = cq_1$ $C_2 = cq_2$ $C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2$ $C_4 = cq_4 + \frac{d}{2}q_4^2$ $C_5 = cq_5 + \frac{d}{2}q_5^2$ で企業 1 と企業 3 が

合併

①合併前 $q_1 = q_2 = \frac{(1+d)(a-c)}{6+3d}$ $q_3 = q_4 = q_5 = \frac{a-c}{6+3d}$

$\pi_1^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(6+3d)^2}$ $\pi_3^0 = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(6+3d)^2}$

②合併後 (B1) の合併前利潤 π_1^0 と同じなので、 $\pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+3d)^2}$

③合併により、利潤が増加する場合

$$\begin{aligned} \pi_m &\geq \pi_1^0 + \pi_3^0 \\ \Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+3d)^2} - \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(6+3d)^2} - \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(6+3d)^2} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow 3d^3 - 2d^2 - 29d - 28 &\geq 0 \\ d > 0 \text{ より、} & \mathbf{d \geq 3.82} \end{aligned}$$

④シェアの具体例

	合併前					単純合計シェア				$\Delta\pi_m$
d=4	*38	38	*7	7	7	*45	38	7	7	+
d=3	*36	36	*9	9	9	*45	36	9	9	-
d=0.5	*25	25	*16	16	16	*41	25	16	16	-

(C2) 非対称企業間の合併 2: 最も効率的な当事会社と同等規模のアウトサイダーが2社残る

$$C_1 = cq_1 \quad C_2 = cq_2 \quad C_3 = cq_3 \quad C_4 = cq_4 + \frac{d}{2}q_4^2 \quad C_5 = cq_5 + \frac{d}{2}q_5^2 \quad \text{で企業1と企業4が合併}$$

$$\text{① 合併前} \quad q_1 = q_2 = q_3 = \frac{(1+d)(a-c)}{6+4d} \quad q_4 = q_5 = \frac{a-c}{6+4d}$$

$$\pi_1^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(6+4d)^2} \quad \pi_4^0 = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(6+4d)^2}$$

$$\text{② 合併後} \quad q_m = q_2 = q_3 = \frac{(1+d)(a-c)}{5+4d} \quad q_4 = \frac{a-c}{5+4d} \quad \text{より、}$$

$$\pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+4d)^2}$$

③ 合併により、利潤が増加する場合

$$\begin{aligned} \pi_m &\geq \pi_1^0 + \pi_4^0 \\ \Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+4d)^2} - \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(6+4d)^2} - \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(6+4d)^2} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow -18d^2 - 45d - 28 \geq 0$$

これは $d > 0$ に矛盾するので、合併によって常に利潤が減る。

(C3) 非対称企業間の合併 3: 最も効率的な当事会社と同等規模のアウトサイダーがない場合

$$C_1 = cq_1 \quad C_2 = cq_2 + \frac{d}{2}q_2^2 \quad C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2 \quad C_4 = cq_4 + \frac{d}{2}q_4^2 \quad C_5 = cq_5 + \frac{d}{2}q_5^2 \quad \text{で企業 1 と}$$

企業 2 が合併

$$\textcircled{1} \text{ 合併前} \quad q_1 = \frac{(1+d)(a-c)}{6+2d} \quad q_2 = q_3 = q_4 = q_5 = \frac{a-c}{6+2d}$$

$$\pi_1^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(6+2d)^2} \quad \pi_2^0 = \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(6+2d)^2}$$

$$\textcircled{2} \text{ 合併後} \quad (\text{B4}) \text{ の合併前利潤 } \pi_1^0 \text{ と同じなので、 } \pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+2d)^2}$$

③ 合併により、利潤が増加する場合

$$\pi_m \geq \pi_1^0 + \pi_2^0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+2d)^2} - \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(6+2d)^2} - \frac{(2+d)(a-c)^2}{2(6+2d)^2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4d^3 + 10d^2 - 13d - 28 \geq 0$$

$$d > 0 \text{ より、 } d \geq 1.727$$

④ シェアの具体例

	合併前					単純合計シェア				$\Delta\pi_m$
d=3	*50	*12	12	12	12	*62	12	12	12	+
d=2	*42	*14	14	14	14	*56	14	14	14	+
d=1	*33	*16	16	16	16	*49	16	16	16	-

(C4) 対称企業間の合併 1: 効率的な企業同士の合併で、かつ同等に効率的なアウトサイダーが残る場合。

$$C_1 = cq_1 \quad C_2 = cq_2 \quad C_3 = cq_3 \quad C_4 = cq_4 + \frac{d}{2}q_4^2 \quad C_5 = cq_5 + \frac{d}{2}q_5^2 \quad \text{で企業 1 と企業 2 が合併}$$

$$\textcircled{1} \text{ 合併前} \quad q_1 = q_2 = q_3 = \frac{(1+d)(a-c)}{6+4d} \quad q_4 = q_5 = \frac{a-c}{6+4d}$$

$$\pi_1^0 = \pi_2^0 = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(6+4d)^2}$$

$$\textcircled{2} \text{ 合併後} \quad (\text{B1}) \text{ の合併前利潤 } \pi_1^0 \text{ と同じなので、 } \pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+3d)^2}$$

③ 合併により、利潤が増加する場合

$$\begin{aligned} \pi_m &\geq \pi_1^0 + \pi_2^0 \\ \Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+3d)^2} - \frac{2(1+d)^2(a-c)^2}{(6+4d)^2} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2(-2d^2-12d-14)}{(5+3d)^2(6+4d)^2} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow -2d^2-12d-14 &\geq 0 \end{aligned}$$

これは $d > 0$ に矛盾するので、合併によって常に利潤が減る。

(C5) 対称企業間の合併 2: 効率的な企業同士の合併で、かつ同等に効率的なアウトサイダーが残らない場合。

$C_1 = cq_1$ $C_2 = cq_2$ $C_3 = cq_3 + \frac{d}{2}q_3^2$ $C_4 = cq_4 + \frac{d}{2}q_4^2$ $C_5 = cq_5 + \frac{d}{2}q_5^2$ で企業1と企業2が合併

$$\begin{aligned} \text{① 合併前} \quad q_1 = q_2 &= \frac{(1+d)(a-c)}{6+3d} & q_3 = q_4 = q_5 &= \frac{a-c}{6+3d} \\ \pi_1^0 = \pi_2^0 &= \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(6+3d)^2} \end{aligned}$$

$$\text{② 合併後} \quad \text{(B4) の合併前の利潤 } \pi_1^0 \text{ と同じなので、 } \pi_m = \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+2d)^2}$$

③ 合併により、利潤が増加する場合

$$\begin{aligned} \pi_m &\geq \pi_1^0 + \pi_2^0 \\ \Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2}{(5+2d)^2} - \frac{2(1+d)^2(a-c)^2}{(6+3d)^2} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(1+d)^2(a-c)^2(d^2-4d-14)}{(5+2d)^2(6+3d)^2} &\geq 0 \end{aligned}$$

$d > 0$ より、 $d \geq 6.242$

④ シェアの具体例

	合併前					単純合計シェア				$\Delta\pi_m$
d=7	*42	*42	5	5	5	*84	5	5	5	+
d=5	*40	*40	6	6	6	*80	6	6	6	-
d=2.5	*35	*35	10	10	10	*70	10	10	10	-

以上。